

(入試演習)

指数・対数の種々の問題

問題 (1) $\log_2 \boxed{\text{ア}} = 0$, $\log_2 \boxed{\text{イ}} = 1$ である。また、100 以下の自然数 x で $\log_2 x$ が整数になるものは全部で $\boxed{\text{ウ}}$ 個ある。

(2) $r = \log_2 3$ とおく。このとき、 $\log_2 54$ を r を用いて表すと $\log_2 54 = \boxed{\text{エ}}r + \boxed{\text{オ}}$ となる。また、 $\log_2 5$ と $\frac{r+3}{2}$, $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{3}}$ と r の大きさをそれぞれ比較すると $\log_2 5 \boxed{\text{カ}} \frac{r+3}{2}$, $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{3}} \boxed{\text{キ}} r$ である。

$\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを、次の ① ~ ② のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを選んでもよい。

- ① $<$ ② $=$ ③ $>$

(3) k を 3 以上の整数とする。 $\log_k 2$ の値を調べよう。

$n \leq \log_k 2 < n + 1$ を満たす整数 n は $\boxed{\text{ク}}$ である。また、整数 m について、不等式 $\frac{m}{10} \leq \log_k 2$ は $\boxed{\text{ケ}}$ と書き直せることから、 $\log_k 2$ を小数で表したときの小数第 1 位の数字を求めることができる。 $\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを、次の ④ ~ ⑤ のうちから一つ選べ。

- ④ $km \leq 20$ ⑤ $k^m \leq 20$ ⑥ $m^k \leq 20$
⑦ $km \leq 2^{10}$ ⑧ $k^m \leq 2^{10}$ ⑨ $m^k \leq 2^{10}$

たとえば、 $\log_7 2$ の小数第 1 位の数字は $\boxed{\text{コ}}$ であり、 $\log_k 2$ の小数第 1 位の数字が 2 となる k の値のうち最小のものは $\boxed{\text{サン}}$ であることがわかる。