
問題 座標平面上の円 $(x-t)^2 + y^2 = 1$ を C_t , C_t で囲まれた領域を D_t とする。 $0 \leq t \leq 2$ に対し, D_0 と D_t の共通部分の面積を $S(t)$ とする。 $0 < t < 2$ に対し, C_0 と C_t の交点のうち y 座標が正の方を P_t とする。座標平面の原点を O として, 半直線 OP_t と x 軸の正の向きとなす角を θ で表す。

- (1) $0 < t < 2$ のとき, $S(t)$ の値を θ を用いて表せ。
- (2) $0 < t < 2$ のとき, t を θ を用いて表せ。
- (3) $\int_0^2 S(t) dt$ の値を求めよ。