

(共通テスト対策 ⑨)

問題 次の式を考える。

$$P = \left\{ 1 + \left(x + \frac{1}{x} \right)^3 \right\}^4 \quad \dots\dots ① \quad \text{また, } A = \left(x + \frac{1}{x} \right)^3 \text{ とする。}$$

(1) 相加平均と相乗平均の大小関係を利用すると、 $x > 0$ の範囲で、 A の最小値は であり、最小値をとるとき
の x の値は であることがわかる。

(2) P を A で表すと

$$P = \text{ウ} + \text{エ} A + \text{オ} A^2 + \text{カ} A^3 + A^4 \quad \dots\dots ②$$

となる。また、①の右辺を展開すると

$$P = k + s_1 x + s_2 x^2 + \dots\dots + s_{12} x^{12} + \frac{t_1}{x} + \frac{t_2}{x^2} + \dots\dots + \frac{t_{12}}{x^{12}} \quad \dots\dots ③$$

となる。ここで、 $k, s_1, s_2, \dots\dots, s_{12}$ および $t_1, t_2, \dots\dots, t_{12}$ は定数である。 k と s_6 を求めよう。

A, A^2, A^3, A^4 に二項定理を適用して、②と③を比較することにより

$$k = \text{ウ} + \text{オ} \times {}_6 C_{\text{キ}} + {}_{12} C_{\text{ク}} = \text{ケコサシ}$$

であり $s_6 = \text{スセソ}$ であることがわかる。