

データの必須問題②

【解答】 変量 x のデータを x_1, x_2, \dots, x_{30} とし、データの平均値を \bar{x} とする。

y, z, w のデータについても同様に定め、平均値をそれぞれ $\bar{y}, \bar{z}, \bar{w}$ とすると

$$\bar{z} = 2\bar{x} + 10, \quad \bar{w} = 3\bar{y} - 20$$

よって、 z の偏差は $z_k - \bar{z} = (2x_k + 10) - (2\bar{x} + 10) = 2(x_k - \bar{x})$

$$w \text{ の偏差は } w_k - \bar{w} = (3y_k - 20) - (3\bar{y} - 20) = 3(y_k - \bar{y})$$

よって、 x と y の共分散を s_{xy} , z と w の共分散を s_{zw} とすると

$$\begin{aligned} s_{zw} &= \frac{1}{30} \{(z_1 - \bar{z})(w_1 - \bar{w}) + (z_2 - \bar{z})(w_2 - \bar{w}) + \dots + (z_{30} - \bar{z})(w_{30} - \bar{w})\} \\ &= \frac{1}{30} \{2(x_1 - \bar{x}) \cdot 3(y_1 - \bar{y}) + 2(x_2 - \bar{x}) \cdot 3(y_2 - \bar{y}) + \dots \\ &\quad + 2(x_{30} - \bar{x}) \cdot 3(y_{30} - \bar{y})\} \\ &= 6 \cdot \frac{1}{30} \{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + (x_2 - \bar{x})(y_2 - \bar{y}) + \dots + (x_{30} - \bar{x})(y_{30} - \bar{y})\} \\ &= 6 \cdot s_{xy} = 6 \cdot 217 = 1302 \end{aligned}$$

また、 x, y, z, w の標準偏差をそれぞれ s_x, s_y, s_z, s_w とすると

$$s_z = |2|s_x = 2s_x, \quad s_w = |3|s_y = 3s_y$$

よって、 z と w の相関係数は $\frac{s_{zw}}{s_z s_w} = \frac{6s_{xy}}{2s_x \cdot 3s_y} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = 0.78$