最大公約数、最小公倍数に関する問題①　　by Aokijuku

【問題１】36 と n の最小公倍数は 360 である。n に当てはまる自然数を全て求めよ。

（考え方）　例えば，$2^2\times3$ と $2\times3^2\times5$ の２数の最小公倍数を考える場合、2と2^2 のように指数部分の異なる同じ素数を因数に含む場合には大きい方を選べばよく、また5のように一方にしか含まれていない因数については必ずそれを含まねばならない。よって、上記の２数の最小公倍数は $2^2\times3^2\times5$ となる。

解答　問題１で，$36=2^2\times3^2$，$360=2^3\times3^2\times5$ より、$2^2\times3^2$ と n の最小公倍数が $2^3\times3^2\times5$ だから，n は最も小さい場合で $2^3\times5$ となり、因数３については、3^0，3^1, 3^2 のいずれであっても良い。従って n の値としては、$2^3\times5$，$2^3\times5\times3$，$2^3\times5\times3^2$ つまり,40，120，360 の３つとなる。

【問題２】　３つの自然数 24，40，n の最大公約数が 8，最小公倍数が 600 であるとき，n をすべて求めよ。

解答　$24=2^3\times3$，$40=2^3\times5$，$8=2^3$，$600=2^3\times3\times5^2$ で，$2^3\times3$ と $2^3\times5$ と n の最大公約数が 2^3 で，最小公倍数が $2^3\times3\times5^2$ だから，n は最も小さい場合で $2^3\times5^2$ である。それに３が入っても良いから、$2^3\times3\times5^2$ も n の値と成り得る。従って、n の値は 200 と 600 である。