

問題 四面体  $OABC$  において、 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$  とし、 $|\vec{a}|=1$ 、 $|\vec{b}|=2$ 、 $|\vec{c}|=\sqrt{5}$ 、 $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$ 、 $\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}=0$  とする。辺  $OA$  の中点を  $D$  とし、点  $P$ 、 $Q$  をそれぞれ  $\overrightarrow{CP}=s\overrightarrow{CD}$  ( $0\leq s\leq 1$ )、 $\overrightarrow{BQ}=t\overrightarrow{BA}$  ( $0\leq t\leq 1$ ) となるようにとり、線分  $PQ$  の中点を  $R$  とする。

- (1)  $\overrightarrow{OR}$  を  $s$ 、 $t$ 、 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  を用いて表せ。
- (2)  $s$ 、 $t$  がそれぞれ  $0\leq s\leq 1$ 、 $0\leq t\leq 1$  の範囲を動くとき、点  $R$  の存在範囲の面積を求めよ。
- (3) 直線  $OR$  と面  $ABC$  の交点を  $S$  とする。 $\triangle SAB$ 、 $\triangle SBC$ 、 $\triangle SCA$  の面積比が  $8:7:6$  となるとき、 $s$  と  $t$  の値を求めよ。