

様々な因数分解 ⑤

今回は複二次式の因数分解の応用編を学びます。複二次式というのは、二次式の二次式と言える式のこと、たとえば $x^4 - 5x^2 + 4$ などかその例としてあげられます。この複二次式については、比較的簡単に

$x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4) = (x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2)$ と因数分解出来ませんが、今回取り上げるのは、やや難しいタイプのもので。では、早速始めましょう。

例題 $x^4 - 7x^2 + 9$ を因数分解しなさい。

ヒント これは上の例にあげたように、 $x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4)$ という形には出来ません。工夫して $\square^2 - \Delta^2$ の形にすることがキモです。

解答 $x^4 - 7x^2 + 9 = (x^2 - 3)^2 - x^2 = (x^2 - 3 - x)(x^2 - 3 + x) = (x^2 - x - 3)(x^2 + x - 3)$

類題 $x^4 - 18x^2y^2 + y^4$ を因数分解しなさい。

解答 $x^4 - 18x^2y^2 + y^4 = (x^2 - y^2)^2 - 16x^2y^2 = (x^2 - y^2 - 4xy)(x^2 - y^2 + 4xy) = (x^2 - 4xy - y^2)(x^2 + 4xy - y^2)$

補題 $x^6 + 7x^3 - 8$ を因数分解しなさい。

解答 $x^6 + 7x^3 - 8 = (x^3 - 1)(x^3 + 8) = (x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$